Problema 1

L'organico di un coro comprende 36 persone, ripartite per settori nel modo seguente: 12 soprani, 10 contralti, 6 tenori e 8 bassi.

1. (Punti 3) In occasione di un concerto, il coro si dispone su due file: nella prima fila i soprani a sinistra e i contralti a destra; nella seconda i tenori a sinistra e i bassi e destra. Quante disposizioni di questo tipo sono possibili?

non richiede nessun ordine particolare per ciò:

12! \* 10! \* 6! \* 8!

2. (Punti 4) Per l'esecuzione di un canone, il direttore vuole formare un gruppo ristretto scegliendo due soprani, due contralti, tre tenori e due bassi: in quanti modi questo gruppo può essere formato?

12!/(12-2)! \* 10!/(10- 2)! \* 6!/(6-3)! \* 8!/(8-2)!



3. (Punti 4) Per l'esecuzione di un altro brano il direttore vuole ripartire il coro nel massimo numero possibile di quartetti, formati ognuno di un corista per settore. Ovviamente questo comporta l'esclusione di qualche corista dai settori più numerosi. In quanti modi questa distribuzione in quartetti può essere effettuata? (I quartetti sono tra loro indistinguibili).

3. Il massimo numero di quartetti è 6. Occorre quindi escludere 6 soprani, 4 contralti e 2 bassi, e questa scelta si può fare in 12!/(12-6)! · 10!/(10 4)! · 8!/(8- 2)! modi possibili. A questo punto si può passare alla formazione dei quartetti: per il primo quartetto le scelte possibili sono 64 , per il secondo 54 è così via. Si ottengono in questo modo (6!)4 scelte. Ma la stessa formazione compare in questo modo 6! volte (corrispondenti agli ordinamenti possibili dei quartetti. Quindi il risultato



Problema 2:

Consideriamo le seguenti due permutazioni di S7 date come prodotto di cicli:

σ = (7321)(24)(651), τ = (3456)(264)(12).

1. (Punti 3) Determinare la decomposizione in cicli disgiunti di σ, τ , σ ◦ τ , τ −1

σ=(1 6 5 7 3 2 4)

τ =(1 3 4 2 ) (6 5)

τ −1 =(1 2 4 3 )(5 6)

τ=(1 3 4 2 ) (6 5)

σ=(1 6 5 7 3 2 4)

σ ◦ τ=(1 2 6 7 3 )

2. (Punti 4) Calcolare il periodo, il tipo e la parità di σ, τ , σ ◦ τ ◦ σ −1

il periodo=mcm del ciclo

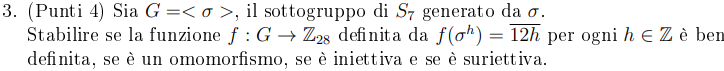
σ=7 perchè è un ciclo di lunghezza 7 ed è pari

τ =(4)(2)= periodo 4 ed è pari ( - \* - =+)

σ ◦ τ=(1 2 6 7 3 )

σ −1 =(1 4 2 3 7 5 6)

σ ◦ τ ◦ σ −1 = (1 3 4 2 ) (6 5) (7)=id periodo= 4 ed è pari



G è costituito da potenze di 𝜎

𝜎7=id

ben definita:

se 𝜎h=𝜎h1

prendi 2 valori h e hI h 三hI mod 7 quindi 12h三12hI mod 28

quindi è bene definita

omomorfismo:

verifichiamo f(𝜎h \* 𝜎k ) =f(𝜎h+k) =

f(𝜎h \* 𝜎k ) =12(h+k) = 12h+12k

f(𝜎h+k) = 12h+12k

quindi è omomorfismo

guardiamo se è iniettiva:

f(𝜎h)=f(𝜎k) implica h Ξ k

dato che 12h Ξ 12k mod 28

mcd(28 14)= 4

dividiamo per 4 ed otteniamo

3hΞ3k mod 7

dato che 3 è invertibile mod 7 hΞk

quindi f è iniettiva

suriettiva:

l’immagine di f è generata da 12

consideriamo i multipli di 12 mod 28 ={0 , 12 , 24 , 8 , 20 , 4 , 16}

l’immagine contiene 7 elementi quindi non copre tutto Z28

quindi non è suriettiva